

國立中央大學

統計研究所

碩士論文

集集餘震風險之貝氏分析

研究生：洪千惠

指導教授：陳玉英博士

中華民國九十三年六月



國立中央大學圖書館 碩博士論文電子檔授權書

(93年5月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- ()同意 (立即開放)
()同意 (一年後開放)，原因是：_____。
()同意 (二年後開放)，原因是：_____。
()不同意，原因是：_____。

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名：_____ 洪千惠 _____

論文名稱：_____ 集集餘震風險之貝氏分析 _____

指導教授姓名：_____ 陳玉英 _____

系所：_____ 統計 _____ 所 博士 碩士班

學號：_____ 91225007 _____

日期：民國 93 年 7 月 6 日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

摘要

本文針對 Reasenberg & Jones (1989) 提出的餘震時間-規模風險模式 (記作 RJ 模式), 進行貝氏分析 (Bayesian analysis)。根據台灣在西元 1983 年至 1998 年之間十筆完整記錄餘震序列, 決定 RJ 模式中參數之均勻先驗分布 (prior distribution) 範圍, 然後利用短期內收集的集集餘震序列, 進行集集餘震風險之貝氏分析。因為後驗分布 (posterior distribution) 未能確知, 本文以馬可夫鏈蒙地卡羅方法 (Markov Chain Monte Carlo method, 簡稱 MCMC) 衍生近似之後驗分布進行貝氏分析。本文進一步利用空間格點法 (spatial-grid method) 在每一點格空間內進行 RJ 模式的貝氏分析, 並且計算餘震發生之機率, 評估即時集集餘震之空間風險。最後, 以勝算比 (odds ratio) 評估機率性預警地區與未來餘震震央之關聯性 (association)。

誌謝辭

很感謝這兩年來指導老師 陳玉英教授在專業知識上的悉心指導，讓我受益良多，也很感謝口試委員 劉正彥教授及張翠玉老師給予本篇論文的寶貴意見，也謝謝所上的所有老師，指導我統計及繪圖軟體的黃啟軒學長，還有曾幫忙過我的所有學弟、妹，使得本篇論文得以順利完成。

謹將本文獻給我最深愛的家人和每一位關心我的朋友，因為你們的包容與關懷，讓我能專心的撰寫論文，也讓我可以順利的走完這段辛苦的研究生活，由衷地感謝您們。

洪千惠 謹識

于國立中央大學統計研究所

中華民國九十三年六月

目錄

第1章 緒論.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究方法.....	4
第2章 文獻回顧.....	7
2.1 地震模型參數之最大概似估計.....	7
2.2 地震模型參數共軛先驗之貝氏分析.....	13
第3章 餘震風險之貝氏分析.....	15
3.1 先驗分布及後驗分布.....	15
3.2 集集餘震之貝氏估計.....	16
第4章 集集餘震空間風險之評估.....	19
第5章 結語與未來研究方向.....	23
參考文獻.....	25
附錄 圖表.....	28

表目錄

表 1：西元 1983~1998 年發生在台灣之八筆餘震序列之主震震源參 數.....	28
表 2：台灣地區發生於西元 1983~1998 年八筆餘震序列配適 RJ 模式 其參數之最大概似估計.....	28
表 3：台灣集集餘震序列 RJ 模式參數之估計.....	29
表 4：規模大於或等於 5.0 餘震震央位於警示區與非警示區之勝算 比.....	29

圖目錄

- 圖 1: 西元 1983~1998 年八筆台灣餘震序列主震震央分布..... 30
- 圖 2: 西元 1983 年~1998 年八筆台灣餘震序列 RJ 模式各參數之散佈
圖..... 31
- 圖 3: 集集主震後 7 天內規模大於或等於 4.0 之餘震震央空間分布.. 32
- 圖 4: 逐日累計集集主震後完整記錄餘震的規模下限 M_c 及每一日餘
震規模之頻譜..... 33
- 圖 5: 集集主震後 5 天內餘震序列各分割區域的 M_c 與 β 估計值之散
佈圖..... 34
- 圖 6: 集集主震之後(a)2 天, (b)3 天, (c)5 天及(d)7 天內餘震的
最小完整地震規模之空間分布..... 35
- 圖 7: 規模大於或等於 5.0 餘震落於警示區與非警示區之勝算比。根
據(a)貝氏估計, (b)最大概似估計及(c)共軛先驗貝氏估計鑑別
警示區..... 36
- 圖 8: 集集主震後 2~9 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震後
2 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以(a)貝氏估計, (b) 最大概似估計及(c)共
軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風
險..... 37
- 圖 9: 集集主震後 3~10 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震

後 3 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以(a)貝氏估計，(b)最大概似估計及(c)
共軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風
險..... 38

圖 10：集集主震後 5~12 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震

後 5 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以(a)貝氏估計，(b)最大概似估計及(c)
共軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風
險..... 39

圖 11：集集主震後 7~14 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震

後 7 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以(a)貝氏估計，(b)最大概似估計及(c)
共軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風
險..... 40

第1章 緒論

1.1 研究動機

因為地球的板塊運動或火山爆發所造成的地殼變動現象稱為地震。目前以地球板塊運動引發斷層錯動之地震最多，也最主要。事實上，全球約百分之九十以上的地震是由地球板塊運動所造成。

地震不僅造成自然環境的變化，更毀壞建築結構，繼而威脅到人民的生命財產安全。因此，長久以來學者們不斷地從事地震及相關現象的研究。現今地震活動上的定量研究資料有發震時間 (time)、震央位置 (epicenter)、地震規模 (magnitude) 和震源深度 (depth)。同一系列之地震則包括前震 (foreshock)、主震 (mainshock) 和餘震 (aftershock)。所謂同一系列之地震，概指發生位置鄰近，時間上相近之所有地震。同一系列之地震中，在主震發生前所觀測到的較小規模地震，稱之為前震，經常為時甚短，較不顯著，但曾被視為發生大地震的前兆，故其重要性早被提及。近年來地震觀測技術雖然有長足的進步，惟顯著前震的例子並不多見。同一系列地震中規模最大者稱為主震。主震發生後，緊隨著經常發生的一連串規模較小的地震活動，稱之為餘震，餘震發生頻率明顯地隨著時間遞減。地震學家長久以來致力於研究強地震的長期

預測，對於餘震風險的評估也十分重視。

台灣位於環太平洋地震帶上，由菲律賓海板塊與歐亞大陸板塊在台灣東部花東縱谷交接。由於菲律賓海板塊每年以約 82 公厘的速度向西北移動，造成台灣兩個隱沒帶，一個在台灣東北部，另一個則在台灣南端。菲律賓海板塊在台灣東北的花蓮、宜蘭外海一帶向北隱沒至歐亞大陸板塊底下，歐亞大陸板塊則在南端的巴士海峽向東隱沒入菲律賓海板塊，因此造成台灣的兩個地震頻繁地帶。根據全球地震風險評估，以世界地震帶的分布而言，台灣位於最活躍的環太平洋地震帶上，也是地震風險最大的地區。

近年來在台灣發生許多強烈的地震，在西元 1999 年 9 月 21 日凌晨 1 時 47 分，在日月潭西方 9 公里，即東經 120.8 度、北緯 23.9 度且震源深度為 8 公里的位置，發生芮氏規模為 7.3 的集集地震。此一地震造成車籠埔斷層錯動長達 80 公里，其主要破裂面約為南北走向，使得南投、臺中縣災情慘重，共 2,413 人死亡、10,002 人受到輕重傷，幾萬棟房屋倒塌。這是二十世紀以來發生在台灣島內規模最大亦是近百年來死傷人數最多、財產損失最為慘重的地震。集集地震發生之後更有高達萬次以上的餘震，其中發生在 9 月 26 日上午 7 時 52 分 50 秒的餘震芮氏規模高達 6.8，災情再度擴大，新添 7 死 60 餘傷，對災區又造成第二次的嚴重傷害。

由於建築結構在主震發生時已遭破壞，強餘震的發生則將進一步的毀損相關結構和威脅人民的生命財產，並且影響主震後的搶修和救援工作。因此，強餘震風險的評估更顯重要。Reasenber & Jones (1989, 1994) 提出合併修正 Omori 法則 (Utsu, 1961) 及 Gutenberg-Richter (1944) 關係式描述餘震時間-規模的分布，記作 RJ 模式。然後針對加州 62 筆餘震序列分別以最大概似方法配適此一模式，求得模式參數最大概似估計值之中位數之後，代入 RJ 模式獲得加州餘震的基因模式 (generic model)。此外，Reasenber & Jones (1989) 建議在共軛的常態先驗分布 (conjugated normal prior distribution) 之下，進行當期餘震序列風險的貝氏分析 (Bayes analysis)。這一個方法開啟了美國在強震之後即時評估餘震風險之常規工作。Wiemer (2000) 進一步利用空間格點法 (spatial gridding method) 在可能發生餘震地區進行空間分割，然後在各空間內進行 RJ 模式的最大概似配適，獲得各空間在一段期間內發生若干規模以上餘震之機率，並且藉此機率探討與餘震風險的空間分布。

但是 Wiemer (2000) 所提的餘震風險空間評估僅使用當期的餘震序列，而 RJ 的基因模式又只是分析過去的餘震序列，並無納入當期餘震之相關訊息。因此，根據過去的餘震序列獲得先驗情報，

再利用當期的餘震序列修正先驗餘震風險，進行餘震風險的貝氏分析較為可行。值得注意的是 Reasenberg & Jones (1989) 所提之貝氏分析是假設餘震時間-規模頻率模式中的參數服從常態分布，並且將之引用為共軛先驗分布 (conjugate prior distribution)，亦即在假設餘震的時間-規模分布同為常態分布之下，獲得模式中參數的後驗分布 (posterior distribution) 為常態分布。然後，以後驗分布的平均數作為模式參數的貝氏估計 (Bayes estimate)，進行當期餘震序列的風險評估。因為餘震的時間-規模分布並非常態分布，Reasenberg & Jones (1989) 的共軛貝氏分析並不可行。由於台灣餘震序列記錄不多，因此，本文使用最簡單的均勻先驗分布，針對集集餘震風險進行貝氏分析。

1.2 研究方法

本文先就台灣自西元 1983 年至 1998 年止八筆完整記錄的餘震序列進行 RJ 模式最大概似估計之配適，以獲得 RJ 模式的先驗資訊。因為只有八筆早期餘震序列，本文僅考慮均勻分布 (uniform distribution) 作為 RJ 模式參數的先驗分布。換言之，本文僅建立可能的參數範圍之先驗資訊，並且假設在此一範圍內的參數皆有同等的機會發生。

我們利用早期資料決定餘震時間-規模頻率模式中參數的均勻先驗分布，若經當期資料的調整獲知各參數的後驗分布，則本文建議求出具有最高後驗機率的參數值，作為 RJ 模式參數的貝氏估計。但是此一後驗分布無法確切求得，本文利用馬可夫鏈蒙地卡羅方法 (Markov Chain Monte Carlo method, 簡稱為 MCMC 演算法)，衍生後驗分布之近似樣本，然後利用這些樣本近似後驗分布，求得模式參數之貝氏估計。最後，將這些參數的貝氏估計代入 RJ 模式計算未來一段時間內集集餘震發生的機率，藉以評估未來集集餘震的風險。本文進一步利用空間格點法 (spatial-grid method) 在每格距離 10 公里處為一格點，以每一格點為中心，取半徑為 20 公里的圓，然後利用圓內的餘震資料計算規模 5.0 以上的集集餘震在未來一段時間內發生之機率，藉以探討其強餘震之空間風險。最後，根據上述機率訂出預警，並且以勝算比 (odds ratio) 評估此一機率性預警與未來規模大於 5.0 強餘震的關聯性。

本文第二章介紹餘震時間-頻率模型、規模-頻率模型和時間-規模頻率模型及其參數的最大概似估計，並且說明 Reasenberg & Jones (1989) 的共軛常態先驗分布的貝氏估計。第三章介紹餘震貝氏 RJ 模式中參數的先驗分布和後驗分布，並且說明 MCMC 演算法。第四章根據參數貝氏估計評估未來一段時間內集集餘震之空間風險。最後在

第五章結語並探討未來研究方向。

第 2 章 文獻回顧

在地震目錄中，餘震佔了絕大部分，因此，餘震的研究持續不斷的進行中。傳統上經常利用點過程 (point process) 模型，分析某區域的餘震活動情形。根據地震研究的文獻得知，Gutenberg-Richter (1944) 關係式探討地震的規模分布，修正 Omori 法則 (Utsu, 1961) 則描述餘震的時間分布。Reasenberg & Jones (1989) 進一步結合 Gutenberg-Richter 關係式與修正 Omori 法則，提出餘震時間-規模發生頻率的模式，記作 RJ 模式。根據此一 RJ 模式，可以估算在主震之後一段時間內發生大規模餘震的機率。

2.1 地震模型參數之最大概似估計

時間-頻率模型

餘震發生率的時間分布可由 Utsu (1961) 所提出之修正 Omori's 法則 (modified Omori's law) 加以描述：

$$\lambda(t) = \frac{k}{(t + c)^p} \quad (2.1)$$

其中 $\lambda(t)$ 為主震 ($t=0$) 發生後 t 天時餘震之發生率， k 、 c 、 p 皆為大於 0 的常數。一般而言，參數 k 與餘震序列總次數、主震規模及餘震規模下界 M_c (cutoff magnitude) 有關。參數 c 則反映餘震序列最

初期的活動，它的主要功能是修正在餘震序列的最初幾分鐘或一兩個小時內，發生頻率並不服從一般的衰退率，而是似乎有飽和或遞增的現象。一般的解釋是初期資料並不完整，一些在主震發生後短時間內發生之餘震因測量上的原因並未記錄，所以 c 值反映了資料在序列初期的不完整性。參數 p 則代表餘震之衰退率，就規模 M_c 以上的餘震而言， p 值越大表示該餘震序列衰退越快，即餘震在未來期間發生的相對可能性較小。不論研究中的 M_c 為何，一般 p 值的範圍介於 0.9 到 1.8 之間。此外， p 值大小與地熱 (crustal heat flow) 有關，溫度越高 (低) 則其 p 值越大 (小) (Mogi, 1962; Kisslinger & Jones, 1991)。 p 值也與斷層的摩擦熱 (frictional heat) 有關，摩擦熱越高之地區，其相對應之 p 值亦越高 (Wiemer & Katsumata, 1999)。

Ogata (1983) 就 (2.1) 式中的 k, c, p 討論其最大概似估計。若將餘震之發生視為一個發生率為 $\lambda(t)$ 的非均質之卜瓦松過程 (non-stationary Poisson process)，則在時間 t 和 $t + \Delta t$ 之間，餘震發生的機率為

$$\text{Prob}\{\text{在}(t, t + \Delta t)\text{發生一個餘震}\} = \lambda(t) \times \Delta t + o(\Delta t),$$

其中當 $\Delta t \rightarrow 0$ 時， $o(\Delta t) / \Delta t \rightarrow 0$ ，亦即

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \text{Prob}\{\text{在}(t, t + \Delta t)\text{發生一個餘震}\} / \Delta t,$$

由卜瓦松過程 (Poisson Process) 得知，在互斥區間 (disjoint interval) 內餘震之發生是獨立的。所以已知在時間點 t_{i-1} 發生餘震條件下，在時間點 t_i 發生餘震之條件機率密度函數 (conditional probability density function) 可寫成

$$f(t_i | t_{i-1}) = \lambda(t_i) \times \exp\left\{-\int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(s) ds\right\},$$

其中 $\lambda(t_i)$ 即為在 $(t_i, t_i + \Delta t)$ 瞬間發生餘震的可能性， $\exp\left\{-\int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(s) ds\right\}$ 則是在 (t_{i-1}, t_i) 沒有發生餘震 (或餘震次數為 0) 的機率。因此，在獲知 N 個餘震發生時間 $t=(t_1, t_2, \dots, t_N)$ 之後，其概似函數 (likelihood function) 為

$$L(\underline{\theta} | t) = \left\{ \prod_{i=1}^N \lambda(t_i) \right\} \times \exp\left\{-\int_0^{t_N} \lambda(t) dt\right\}, \quad (2.2)$$

其中 $\theta = (k, c, p)$ 。其對數概似函數 (log-likelihood function) 則為

$$\begin{aligned} \ln L(\underline{\theta} | t) &= \sum_{i=1}^N \ln \lambda(t_i) - \int_0^{t_N} \lambda(t) dt \\ &= N \times \ln k - p \sum_{i=1}^N \ln(t_i + c) - k \times A(c, p), \end{aligned}$$

其中

$$A(c, p) = \begin{cases} \frac{\{(t_N + c)^{1-p} - c^{1-p}\}}{(1-p)} & , p \neq 1 \\ \ln(t_N + c) - \ln c & , p = 1 \end{cases}$$

令 $\hat{\theta} = (\hat{k}, \hat{c}, \hat{p})$ 為 $\theta = (k, c, p)$ 的最大概似估計量 (Maximum Likelihood Estimator, 簡稱為 MLE), 則 $\hat{\theta}$ 為下述方程式之聯合解:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\hat{\theta} | t)}{\partial k} &= N/k - A(c, p) = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\hat{\theta} | t)}{\partial c} &= -p \sum_{i=1}^N (t_i + c)^{-1} - k \left\{ (t_N + c)^{-p} - c^{-p} \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\hat{\theta} | t)}{\partial p} &= - \sum_{i=1}^N \ln(t_i + c) - k \left\{ (t_N + c)^{1-p} - c^{1-p} \right\} / (1-p)^2 + \\ &\quad k \left\{ (t_N + c)^{1-p} \ln(t_N + c) - c^{1-p} \ln c \right\} / (1-p) \\ &= 0 \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} I(\theta) &= \int_0^{t_N} \frac{1}{\lambda(t; \theta)} \frac{\partial \lambda(t; \theta)}{\partial \theta'} \frac{\partial \lambda(t; \theta)}{\partial \theta} dt \\ &= \int_0^{t_N} \begin{bmatrix} k^{-1}(t+c)^{-p} & -p(t+c)^{-p-1} & -(t+c)^{-p} \ln(t+c) \\ * & kp^2(t+c)^{-p-2} & kp(t+c)^{-p-1} \ln(t+c) \\ * & * & k(t+c)^{-p} \{\ln(t+c)\}^2 \end{bmatrix} dt \end{aligned}$$

則 $I(\theta)$ 稱為情報矩陣 (information matrix)。根據最大概似估計式之漸進分布性質得知, $(\hat{\theta} - \theta)$ 之近似分布為平均值為 $\mathbf{0} = (0, 0, 0)$, 共變異數矩陣為 $I^{-1}(\theta)$ 之三維常態分布, 其中 $I^{-1}(\theta)$ 即為 $I(\theta)$ 之反矩陣 (inverse matrix)。令 $I(\hat{\theta})$ 為觀察之情報矩陣, 則 $I^{-1}(\hat{\theta})$ 矩陣中對角線之方根可估計 \hat{k} 、 \hat{c} 和 \hat{p} 之標準差 (standard deviation)。

規模-頻率模型

Gutenberg & Richter (1944) 提出餘震的規模-頻率關係式:

$$\log_{10} N(M) = a - bM,$$

其中 $N(M)$ 為規模大於或等於 M 之餘震個數，而 a 、 b 為大於 0 的常數。此一模型中的參數 b 是反應強餘震發生的相對危險性 (Bender, 1983)，即 b 值越小表示在主震過後，發生較大規模餘震的可能性或風險越大。根據 Mogi (1962) 的研究， b 值大小可能與地質的異質性有關。在此一規模-頻率關係下，若地震目錄完整記錄時， $\log_{10} N(M)$ 與 M 將呈現直線關係，可利用此關係來尋找完整地震目錄的規模下限，即 M_c (Wiemer & Wyss, 2000)。

假設地震規模服從指數分布，即 $M_1, M_2, \dots, M_N \sim \text{Exp}(\beta; M_c)$ ，則其機率密度函數 (probability density function) 為

$$f(M) = \beta \exp\{-\beta(M - M_c)\}, \quad M \geq M_c$$

其中 $\beta = b \times \ln 10$ 。因此其概似函數為

$$\begin{aligned} L(\beta | \underline{M}) &= \prod_{i=1}^N (\beta \exp\{-\beta(M_i - M_c)\}) \\ &= \beta^N \exp\left\{-\beta \sum_{i=1}^N (M_i - M_c)\right\}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

對數概似函數則為

$$\ln L(\beta | \underline{M}) = N\beta - \beta \sum_{i=1}^N (M_i - M_c),$$

由

$$\partial \ln L(\beta | \underline{M}) / \partial \beta = N/\beta - \beta \sum_{i=1}^N (M_i - M_c) = 0,$$

得到 β 的最大概似估計量 $\hat{\beta}$ 及其近似標準差 $s(\hat{\beta})$ 分別為

$$\hat{\beta} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N (M_i - M_c)} = \frac{1}{\bar{M} - M_c},$$
$$s(\hat{\beta}) \approx \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{N}},$$

其中 $\bar{M} = \sum_{i=1}^N M_i / N$ 。

時間-規模頻率模型

Lomnitz & Nava (1982, 1983) 認為地震規模不會影響地震發生的時間，即表示地震發生的時間與規模是互相獨立的。因此 Reasenberg & Jones (1989, 1994) 結合 Gutenberg-Richter (1944) 關係式與修正 Omori 法則，描述在主震過後 t 時間會有一個規模為 M 的餘震的發生率為

$$\lambda(t, M) = \lambda(t) \times f(M)。$$

因此，在一個餘震序列其發生時間和規模為 $\{(t_i, M_i) : M_i \geq M_c, 0 < t_i < T, i=1, 2, \dots, N\}$ 之條件下，其概似函數為為

(2.2) 式和 (2.3) 式的乘積，即

$$\begin{aligned}
& L(k, c, p, \beta | (t_1, M_1), \dots, (t_N, M_N)) \\
& = L(k, c, p | t_1, \dots, t_N) \times L(\beta | M_1, \dots, M_N) \\
& = \left\{ \left\{ \prod_{i=1}^N \lambda(t_i) \right\} \times \exp \left\{ -\int_0^{t_N} \lambda(t) dt \right\} \right\} \times \left\{ \beta^N \exp \left\{ -\beta \sum_{i=1}^N (M_i - M_c) \right\} \right\},
\end{aligned}$$

其中 $\lambda(t)$ 為 (2.1) 式。因此上式中的各參數 k 、 c 、 p 和 β 之最大概似估計量 \hat{k} 、 \hat{c} 、 \hat{p} 和 $\hat{\beta}$ 可以分別藉由 2.1 節與 2.2 節所述最大概似估計量的方法求得。

2.2 地震模型參數之貝氏共軛先驗估計

Reasenberg & Jones (1989) 將加州西元 1933 年至 1987 年共 62 筆主震規模大於等於 5.5 的餘震序列配適 RJ 的時間-規模模式。根據各參數的 62 筆最大概似估計值的分布，假設各參數的分布為常態分布 (normal distribution)，因此將之引用為共軛先驗分布。換言之，在假設餘震的時間-規模頻率分布為常態分布之下，獲得模式中各參數的後驗分布亦為常態分布。然後，以後驗分布的平均數作為模式參數的貝氏估計。因此，參數的貝氏估計量為

$$\hat{\theta}_B = \left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma^2/n} \right) \hat{\theta} + \left(\frac{\sigma^2/n}{\sigma_0^2 + \sigma^2/n} \right) \theta_0$$

其變異數為

$$\sigma_0^2 \left(\frac{\sigma^2/n}{\sigma_0^2 + \sigma^2/n} \right)$$

其中 θ_0 和 σ_0^2 分別為先驗常態分布的平均值和變異數； $\hat{\theta}$ 和 σ^2/n 則分

別為當期餘震序列參數的最大概似估計及其變異數。

眾所週知餘震的發生是一個非均質之卜瓦松的點過程，因此 Reasenber & Jones (1989) 假設餘震的時間-規模分布為常態分布是不恰當的。也因此 Reasenber & Jones (1989) 的共軛先驗分布之貝氏分析未必合理。

第 3 章 餘震風險之貝氏分析

本章針對 RJ 模式進行貝氏分析，其中需要模式參數的先驗分布及其後驗分布。因為此一貝氏分析將應用於評估台灣集集餘震之風險，本文分析中央氣象局地震測報中心收錄發生於西元 1983 年 1 月 1 日至西元 1998 年 12 月 31 日，在東經 119 度至 123 度、北緯 21 度至 26 度地區，主震規模大於 5.5 且震源深度小於 40 公里的八筆完整餘震序列（圖 1 及表 1）。經過當期餘震序列的調整，進一步求出 RJ 模式中參數的後驗分布。最後，本章展示如何在上述先驗及後驗分布之下求得 RJ 的貝氏分析，並且針對集集餘震序列風險進行貝氏評估。

3.1 先驗分配及後驗分布

貝氏分析中經常由先驗資訊決定模式中參數的先驗分布。雖然當期餘震序列與早期餘震序列的主震特性及過程或有不同，一般而言，餘震序列之發生頻率隨時間遞減，因此，這些早期資料仍然能提供當期餘震風險重要的資訊。

值得一提的是，配適 RJ 模式的前提是此一餘震序列必須是完整記錄的序列。因此，本文首先參考 Wiemer & Wyss (2000) 的 90% 適合度估計完整餘震序列之規模下限 M_c 。然後將早期八筆完整餘震序

列配適 RJ 的時間-規模頻率模式，得知各參數之最大概似估計量（表 2）。因為先驗資料有限，避免使用過於主觀的先驗資訊，本文僅採均勻分布描述各參數的先驗分布。在此選擇參數 k 、 c 、 p 和 β 的均勻分布分別為 $k \sim U(1, 99.0)$ 、 $c \sim U(0.001, 0.20)$ 、 $p \sim U(0.70, 1.20)$ 和 $\beta \sim U(1.20, 2.30)$ 。事實上，這些 RJ 模式估計參數的平均數、變異數及其成對參數之間的相關係數亦可求出。根據圖 2，可看到八筆餘震序列 k 、 c 、 p 和 β 值兩兩之間無顯著相關。這或許也可以印證餘震發生的時間與規模獨立的假設。

假設 $\pi(k, c, p, \beta)$ 為 k, c, p 和 β 的先驗分布。假設當期的餘震資料為 $\{(t_i, M_i) : M_i \geq M_c, 0 < t_i < T, i=1, 2, \dots, N\}$ ，則 k, c, p 和 β 的後驗分布為

$$\begin{aligned} & \pi(k, c, p, \beta | (t_1, M_1), \dots, (t_N, M_N)) \\ & \propto \pi(k, c, p, \beta) \times L(k, c, p, \beta | (t_1, M_1), \dots, (t_N, M_N)) \end{aligned} \quad (3.1)$$

3.2 集集餘震之貝氏估計

在統計模擬或計算過程當中，經常會遇到複雜的機率密度函數，而 Metropolis-Hasting (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970) 演算法是一種不需要利用密度函數，但利用馬可夫鏈 (Markov Chain) 的基本性質，進而迭代衍生出近似樣本的過程，此一過程亦稱為馬可

夫鏈蒙地卡羅 (Markov Chain Monte Carlo, 簡稱 MCMC) 方法。本文即是利用此一 MCMC 演算法求得 RJ 模式參數的後驗分布, 其演算法的步驟如下:

步驟一: 給定參數 θ 的初始值 (initial value) 為 $\theta^{(0)}$, 令 $i=0$ 。

步驟二: 給定 $\theta = \theta^{(i)}$, 由先驗分布衍生 θ^* 。

步驟三: 令

$$w(\theta, \theta^*) = \min \left\{ \frac{\pi(\theta^* | \{(t_i, M_i)\})}{\pi(\theta | \{(t_i, M_i)\})}, 1 \right\}。$$

步驟四: 由均勻分布 $\text{uniform}(0, 1)$ 中隨機產生一個變數 u ,

$$\theta^{(i+1)} = \begin{cases} \theta^*, & u \leq w(\theta, \theta^*) \\ \theta, & u > w(\theta, \theta^*) \end{cases}$$

步驟五: 令 $i=i+1$, 重複步驟二至步驟五, 直到獲得一定數量的近似樣本為止。

事實上, 此一方法為 Metropolis 演算法。執行此一演算法時, 將衍生出的前 500 次參數值略去不用, 從第 501 筆以後每隔 20 筆取用一筆, 直到取滿 1000 筆參數值做為後驗樣本為止。

就當期餘震序列而言, 本文選擇在集集主震後發生在東經 120.5 度至 121.5 度、北緯 23.4 度至 24.4 度地區內規模 4.0 以上的餘震資料 (圖 3)。本文並且分期根據集集主震後 2 天內 ($N=321$)、3 天內

($N=341$)、5 天內 ($N=374$) 和 7 天內 ($N=401$) 等四個時段的資料評估未來一週規模 5.0 以上餘震之風險。以 Wiemer & Wyss (2000) 的 90% 適合度估計集集餘震序列的 M_c ，記作 M_{c1} ，可看出此一完整地震目錄規模下限隨時間經過下降 (圖 4)。事實上，在強主震之後的短期內，經常因為人力不足造成不完整記錄，因此，刪除集集主震後 6 小時內的餘震資料之後，再估計 M_c ，記作 M_{c2} ，結果顯示 M_{c1} 與 M_{c2} 並無明顯差異 (圖 4)。由於本文擬進行即期強餘震的預測，但是主震後短期內，餘震的定位記錄不易，所以本文採用規模 4.0 以上的餘震進行分析。

根據假設之均勻先驗分布及當期資料的概似函數，可求得比例後驗分布，如公式 (3.1)。但是，此一後驗分布無法確知，另外，比例後驗分布亦無法詳解求出參數之貝氏估計。因此，本文以上述之 MCMC 方法衍生出 1000 組後驗樣本，藉以近似後驗分布並且求出具有最高後驗分布機率的參數值，亦即 k, c, p 及 β 的貝氏估計。根據集集主震後 T 天內 N 筆 $M \geq 4.0$ 餘震資料計算 RJ 模式參數的最大概似估計 (MLE)、貝氏估計及共軛貝氏估計 (表 3)。結果顯示 MLE 與貝氏估計近似，但是共軛貝氏估計則偏離 MLE 甚多，尤其是參數 k 值與近期內所得的 c 值。

第四章 集集餘震空間風險之評估

根據 RJ 的時間-規模頻率模式，主震之後某一時段(T_1, T_2)內，發生至少一個規模大於或等於 M 餘震的機率為

$$\begin{aligned} P(k, c, p, \beta) &= 1 - \exp\left\{-\int_M^\infty \int_{T_1}^{T_2} \lambda(t, m) dt dm\right\} \\ &= 1 - \exp\left\{S(M) \int_{T_1}^{T_2} \lambda(t) dt\right\}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

其中 $S(M) = \text{Prob}\{\text{Magnitude} > M\} = \exp\{-\beta(M - M_c)\}$ 。因此，為研究一定範圍內的餘震風險，我們可以根據此一範圍內的餘震資料配適 RJ 模式，然後將參數估計值代入公式 (4.1)，藉以估計在主震之後 ($t, t+s$) 天內， $t, s > 0$ ，發生至少一個規模大於或等於 M 餘震的機率。

評估大範圍的餘震風險固然可行，但是，強主震發生之後，規模較大餘震可能發生的位置卻能提供更重要的防災訊息。因此，我們利用空間格點法 (spatial-grid method)，在東經 120.5 度至 121.5 度、北緯 23.4 度至 24.4 度的研究範圍內，每隔 10 公里處取一個格點，以這些格點為圓心，20 公里為半徑，根據圓內規模大於 4.0 的地震資料配適 RJ 模式，求得集集主震後 ($t, t+7$) 天內， $t=2, 3, 5, 7$ ，發生至少一個規模大於或等於 5.0 餘震的機率。事實上，我們應用

Wiemer & Wyss (2000) 的方法估計每一小圓內地震資料的 M_c (圖 6)，但是發現 M_c 與 β 的最大概似估計值有正向的關係 (圖 5)，為求公平比較空間風險，本文取 $M \geq 4.0$ 之集集餘震資料進行分析。就上述空間格點法所劃分的區域中，根據每一區內發生在主震後 t 天內，規模至少為 4.0 的餘震分別配適 RJ 模式，求得 RJ 模式參數的最大概似估計及貝氏估計。將此配適 RJ 模式之參數代入公式 (4.1)，可計算至少一個規模大於或等於 5.0 的集集餘震發生在未來一週內的機率。最後，將這些估計的機率繪製成圖，稱之為機率性餘震風險圖 (probabilistic aftershock hazard map，簡稱為 PAHM)。根據共軛先驗分布貝氏分析所得之機率圖稱為 CGPAHM。利用 MCMC 的貝氏分析所得之機率圖則稱為 BPAHM。圖 8 至圖 11 分別展示 $t=2, 3, 5, 7$ 天之 BPAHM、PAHM 及 CGPAHM，此外，圖中藍色星號所表示的為集集主震震央位置，其餘圓圈為主震之後 ($t, t+7$) 天內實際發生 $M \geq 5.0$ 餘震的震央位置。

為評估貝氏估計、最大概似估計和共軛先驗分布之貝氏估計這三種方法在警示 $M \geq 5.0$ 餘震震央位置的表現，我們選擇多個機率警示門檻，記作 P_0 ，機率高於門檻機率值的地區即為規模 $M \geq 5.0$ 餘震的警示區，其中 $P_0=0.50(0.05)0.90$ 。依未來一周 $M \geq 5.0$ 餘震震央而言，若其相對靠近的格點對應之機率高於門檻值，則此一餘震判定屬

於警示區；反之，若其相對靠近的格點對應之機率低於門檻值，則此餘震判定屬於非警示區。分別就警示區與非警示區格點數和有餘震及無餘震格點數分類整理可得下述的 2×2 列聯表：

	警示區	非警示區	總數
有餘震	a	b	a+b
無餘震	c	d	c+d
總數	a+c	b+d	a+b+c+d

就警示區而言，餘震發生的勝算 (odds) 為 a/c ；就非警示區而言，餘震發生的勝算為 b/d 。餘震發生的勝算比 (odds ratio) 為 $(a/c)/(b/d)$ ，顯示警示區相對於非警示區而言，餘震發生的相對風險。事實上，此一勝算比愈大，意謂餘震的發生與此一機率性警示的關聯性愈強。

表 4 展示的是三種 RJ 模式估計產生的機率性餘震風險圖的未來一周餘震發生之勝算比。舉例說明，集集主震 5 天後一周的餘震風險圖中，有 10 筆 $M \geq 5.0$ 餘震相對靠近具有 42 個點格的警示區內，另外 2 筆餘震相對靠近具有 68 個點格的非警區內。因此，此勝算比為 $(10/(42-10))/(2/(68-2))=10.3$ 。換言之，規模 $M \geq 5.0$ 餘震發生在警示區內為其發生在非警示區內的 10.3 倍。由表 4 也可得知，就 $P \geq 0.65$ 的警示區而言，根據集集主震後五日內餘震資料評估未來一周的 $M \geq 5.0$ 餘震風險而言，BPAHM 的勝算比高於 PAHM 之勝算比。但

是，就評估集集主震後 7~17 天的 $M \geq 5.0$ 餘震風險而言，PAHM 的勝算比卻高於 BPAHM 的勝算比。此外， $P \geq 0.80$ 的警示區則顯示 BPAHM 及 PAHM 無顯著差異。至於共軛常態先驗貝氏分析的結果在評估主震後一周餘震風險的表現，一般而言是最差的。自圖 6 也可以看到大部分最高的勝算比皆在 0.55 至 0.85 之間。

第五章 結語與未來研究方向

本文提出 Reasenberg & Jones (1989) 的餘震時間-規模頻率模式的貝氏分析法，以西元 1983 年至 1998 年間台灣的八筆餘震序列建立參數的均勻先驗分布，然後以馬可夫鏈蒙地卡羅方法求出參數的近似後驗分布，得到參數的貝氏估計，藉以評估集集 $M \geq 5.0$ 之餘震風險。最後，根據點格劃分區域，依每一區域的餘震資料進行貝氏分析，得到餘震風險的空間分布。依未來 $M \geq 5.0$ 餘震發生的機率建立餘震警示區後，進一步用餘震的勝算法評估機率警示區與未來餘震發生位置的關聯性。結果顯示此一貝氏方法或應用最大概似方法的勝算比皆高於採用共軛先驗分布的貝氏方法。根據 5 天內集集餘震的貝氏方法，其顯示的警示區和未來一周餘震震央的關聯性強於最大概似估計方法。但是集集主震發生 5 天之後，最大概似估計方法得到的勝算比則高於貝氏方法之勝算比。所以，本文建議在即時（5 天內）警示餘震風險時，以合理貝氏分析餘震較佳。在主震發生 5 天後，未來餘震警示的建立則可藉由最大概似方法分析餘震風險。

在貝氏方法中，我們是利用蒐集台灣過去的八筆餘震序列決定參數之先驗分布，進而估計後驗分布，探討集集餘震風險。在 RJ 模式中之參數 k 、 c 、 p 和 β ，可以更精緻地假設參數之先驗分布為常態分

布 (normal distribution)。即如果選擇的先驗分布愈接近實際分布，則其預測結果應該會更有所改善。而在先驗分布改變之後，因為先驗分布的假設更為複雜，在衍生後驗分布之演算法方面，應該採用更適當的 Hastings-Metropolis 演算法。在使用空間格點法時，本文分割區塊以選取餘震資料，而區塊與區塊之間為互相覆蓋之情形，在之後討論實際規模 5.0 以上之餘震落於警示區之判定會有干擾的情況，因此在分割區塊時可以運用互斥周延的分割方法，在判定餘震落於哪一區域可以清楚而不受干擾。另一方面，區域面積分割的大小，即要一個區塊要包函多少的餘震資料，也是一個可以改進的方面。

參考文獻

1. Gutenberg, R., and C.F. Richter, Frequency of earthquakes in California, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 34, 185-188, 1944.
2. Hosmer, D.W. and S. Lemeshow, *Applied logistic regression*, Wiley, New York, 1989.
3. Kisslinger, C., and Jones, L.M., Properties of aftershock sequences in southern California, *Journal of Geophysical Research*, 96, B7, 11, 947-11, 958, 1991.
4. Lomnitz, C., and Nava, F.A., The predictive value of seismic gaps, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73, 1815-1824, 1983.
5. Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Teller, A. H., and Teller, E., Equation of state calculations by fast computing machines, *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1091, 1953.
6. Mogi, K., Magnitude-frequency relation for elastic shocks accompanying fractures of various materials and some related problem in earthquakes, *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo*, 40, 831-853, 1962.

7. Ogata, Y., Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock sequences by the maximum likelihood procedure, *J. Phys. Earth*, 31, 115–124, 1983.
8. Rabinowitz, N. and Steinberg, D.M., Aftershock decay of three recent strong earthquakes in the Levant, *Bulletin of the Seismological of America*, 88, 1580–1587, 1998.
9. Reasenber P. A., and L.M. Jones, Earthquake Aftershocks: Update, *Science*, 265, 1251–1252, 1994.
10. Reasenber P. A., and L.M. Jones, Earthquake hazard after a mainshock in California, *Science*, 243, 1173–1176, 1989.
11. Utsu, T., Statistical study on the occurrence of aftershocks, *The Geophysical Magazine*, 30, 521–605, 1961.
12. Wiemer, S., Introducing probabilistic aftershock hazard mapping, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 3405–3408, 2000.
13. Wiemer, S. and Katsumata, K., Spatial variability of seismicity parameters in aftershock zones, *Journal of Geophysical Research*, 104, 13, 135–13, 151, 1999.
14. Wiemer, S., and M. Wyss, Minimum magnitude of completeness in earthquake catalogs: Examples from Alaska, the western US

and Japan, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 90, 859-869, 2000.

15. 劉雯琪 (2003): 餘震序列 RJ 模型之貝氏分析。國立中央大學統計研究所碩士論文。

附錄 圖表

表 1：西元 1983~1998 年發生在台灣之八筆餘震序列之主震震源參數

編號	年	月	日	經度	緯度	深度	規模
1	1983	5	10	121.51	24.46	1.23	6
2	1985	6	12	122.19	24.57	3.31	6.09
3	1986	1	16	121.96	24.76	10.22	6.09
4	1986	7	30	121.79	24.63	1.55	5.82
5	1991	3	12	120.07	23.25	12.26	5.67
6	1993	12	15	120.52	23.21	12.5	5.7
7	1994	6	5	121.84	24.46	5.3	6.5
8	1998	7	17	120.66	23.5	2.8	6.2

表 2：台灣地區發生於西元 1983~1998 年八筆餘震序列配適 RJ 模式其參數之最大概似估計

編號	主震規模 (Mm)	規模下界 (Mc)	\hat{k}	\hat{c}	\hat{p}	$\hat{\beta}$
1	6.00	3.31	1.86	0.01	1.11	2.09
2	6.09	3.65	4.82	0.01	0.79	2.25
3	6.09	1.80	98.05	0.02	0.76	1.68
4	5.82	1.85	52.45	0.06	1.17	2.28
5	5.67	2.93	26.14	0.20	0.94	1.48
6	5.70	2.87	2.77	0.00	1.02	1.78
7	6.50	3.95	4.75	0.02	0.98	2.29
8	6.20	2.15	16.39	0.01	1.09	1.51
平均值			25.90	0.04	0.98	1.92
標準差			33.82	0.07	0.15	0.35

表 3：台灣集集餘震序列 RJ 模式參數之最大概似估計、貝氏估計及

共軛貝氏估計

集集主震後	估計方法	\hat{k}	\hat{c}	\hat{p}	$\hat{\beta}$
2 天	貝氏估計	100.9	0.15	1.3	2.0
	MLE	98.9±12.3	0.14±0.10	1.3±0.2	1.9±0.1
	共軛貝氏	90.4±11.5	0.09±0.04	1.1±0.1	1.9±0.1
3 天	貝氏估計	100.5	0.19	1.44	2.0
	MLE	100.7±16.2	0.19±0.10	1.4±0.2	2.0±0.1
	共軛貝氏	86.7±14.6	0.10±0.05	1.1±0.1	2.0±0.1
5 天	貝氏估計	97.7	0.16	1.3	2.0
	MLE	97.0±12.4	0.15±0.10	1.3±0.1	2.0±0.1
	共軛貝氏	88.6±11.7	0.11±0.04	1.2±0.1	2.0±0.1
7 天	貝氏估計	94.8	0.12	1.2	2.0
	MLE	94.8±10.4	0.13±0.04	1.2±0.1	2.0±0.1
	共軛貝氏	88.9±9.9	0.10±0.04	1.2±0.1	2.0±0.1

表 4：規模大於或等於 5.0 餘震震央位於警示區與非警示區之勝算比

集集主震後	實際餘震個數	空間風險圖	P ≥ 0.65			P ≥ 0.80		
			EAR	ENAR	Odds ratio	EAR	ENAR	Odds ratio
2 天	17	BPAHM	16/57	1/36	13.7	14/46	3/47	6.4
		PAHM	11/30	6/63	5.4	10/26	7/67	5.4
		CGPAHM	11/33	6/60	4.5	11/31	6/62	5.1
3 天	15	BPAHM	13/52	2/51	8.2	11/41	4/62	5.3
		PAHM	6/15	9/88	5.8	6/15	9/88	5.8
		CGPAHM	10/36	5/67	4.7	9/30	6/73	4.8
5 天	12	BPAHM	10/42	2/68	10.3	7/24	5/86	6.7
		PAHM	8/28	4/82	7.8	6/19	6/91	6.5
		CGPAHM	9/40	3/70	6.5	6/32	6/78	2.8
7 天	6	BPAHM	4/33	2/78	5.2	2/17	4/94	3.0
		PAHM	4/25	2/86	8.0	2/19	4/92	2.6
		CGPAHM	4/39	2/72	3.9	4/25	2/86	7.9

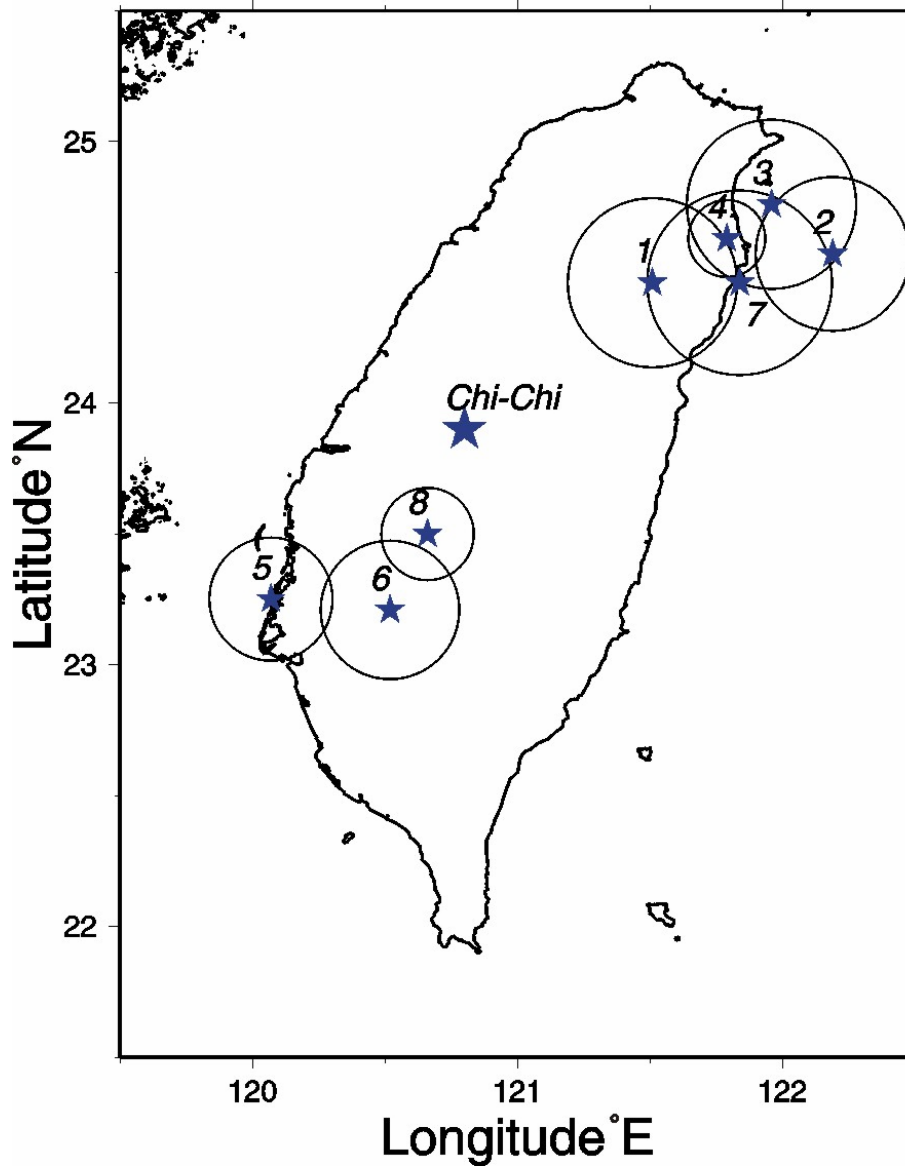


圖 1：西元 1983~1998 年八筆台灣餘震序列主震震央分布

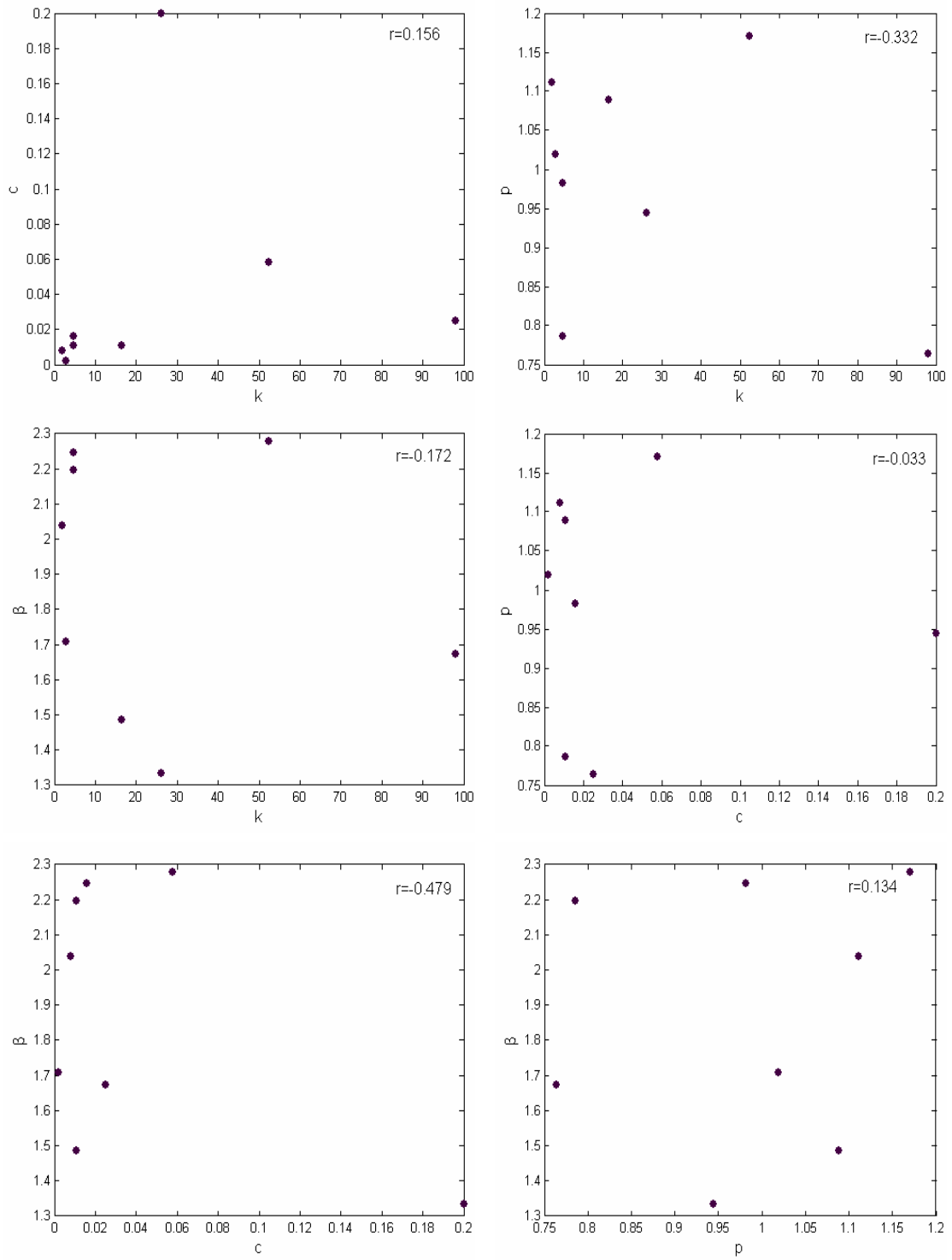


圖 2：西元 1983~1998 年八筆台灣餘震序列 RJ 模式各參數之散佈圖

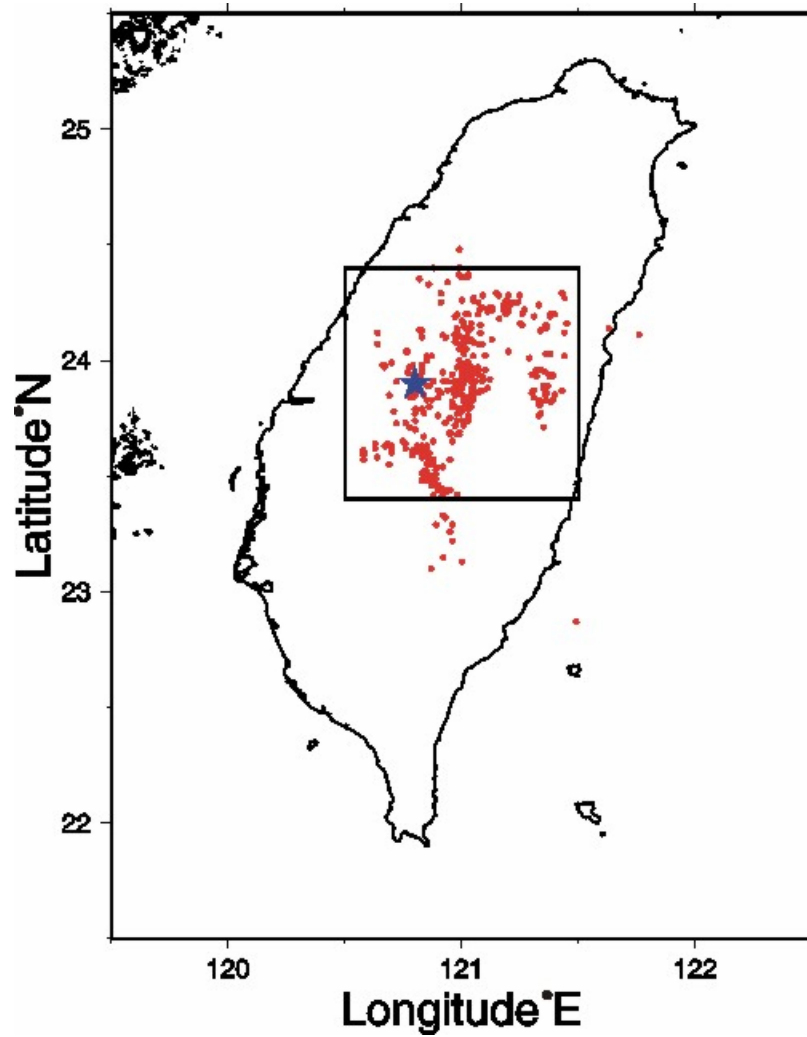


圖 3：集集主震後 7 天內規模大於或等於 4.0 之餘震震央空間分布，
框線範圍即為研究區域(東經 120.5 度至 121.5 度、北緯 23.4 度至
24.4 度)，藍色星號表示集集主震之震央

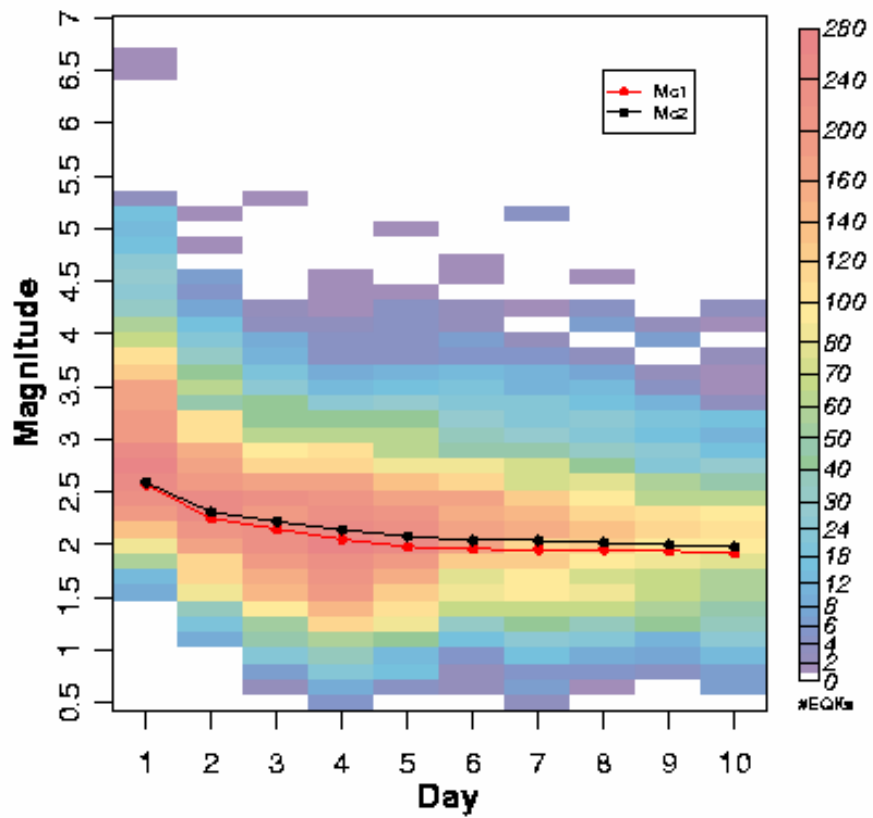


圖 4：逐日累計集集主震後完整記錄餘震的規模下限 M_c 及每一日餘震規模之頻譜。 M_{c1} 為利用主震後餘震序列估計的 M_c ， M_{c2} 則為略去主震後 6 小時內的餘震序列估計的 M_c 。

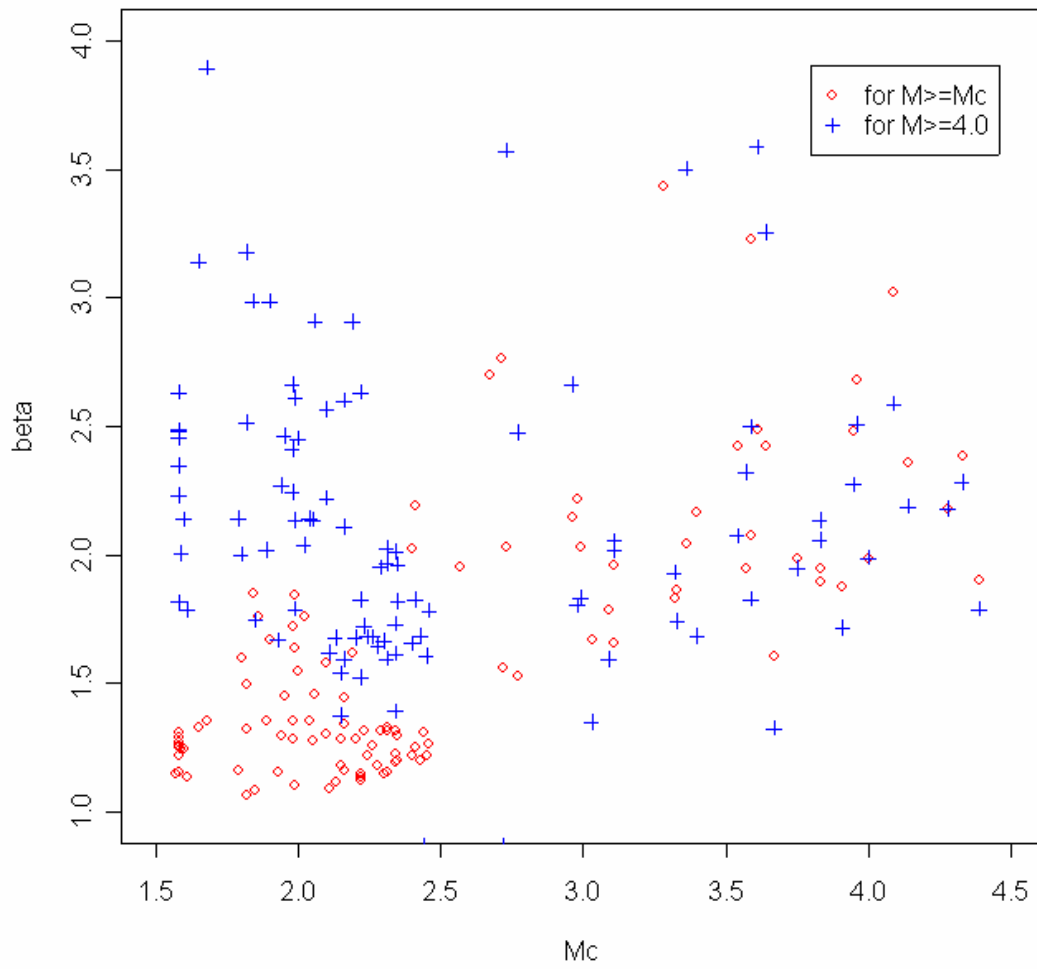


圖 5：集集主震後 5 天內餘震序列各分割區域的 M_c 與 β 估計值之散佈圖

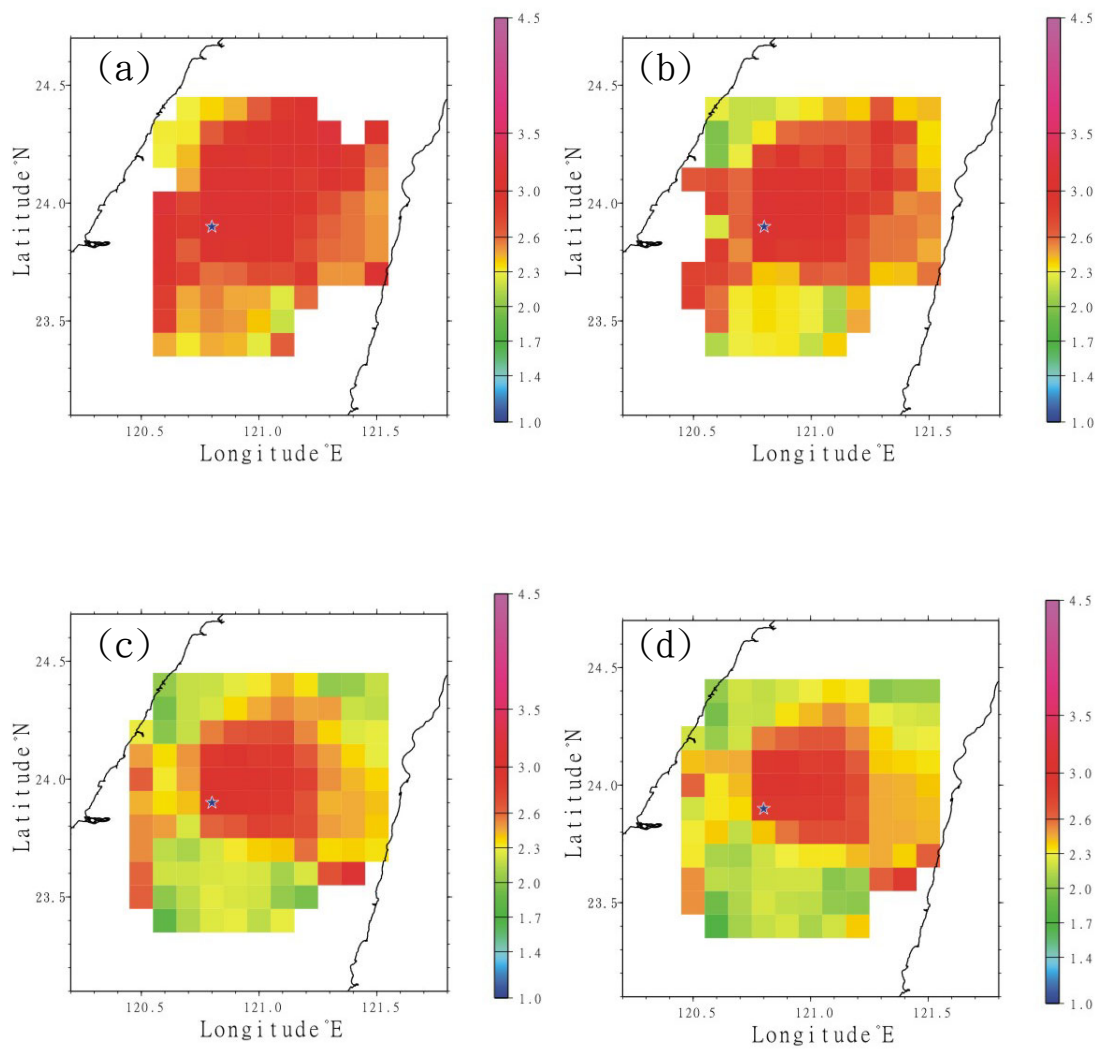


圖 6：集集主震之後(a)2 天，(b)3 天，(c)5 天及(d)7 天內餘震的最小完整地震規模之空間分布

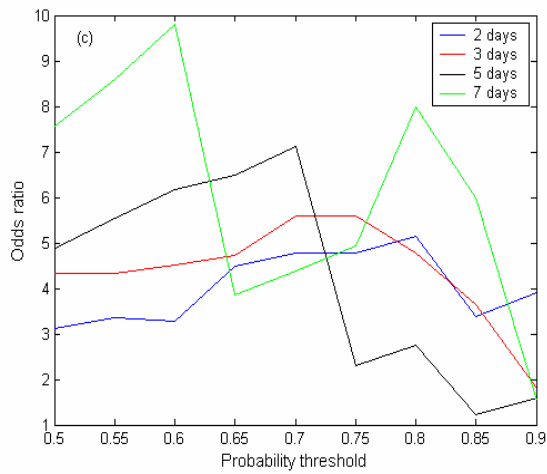
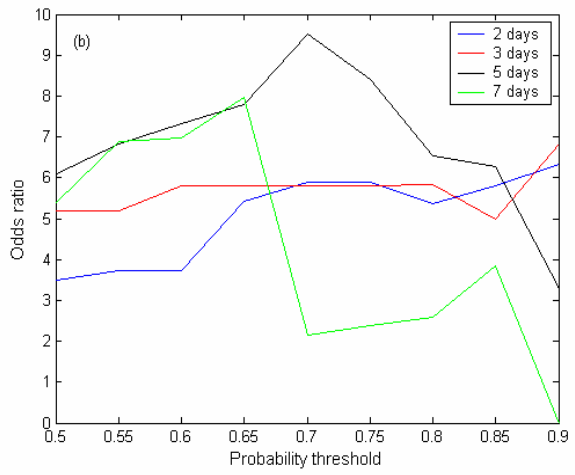
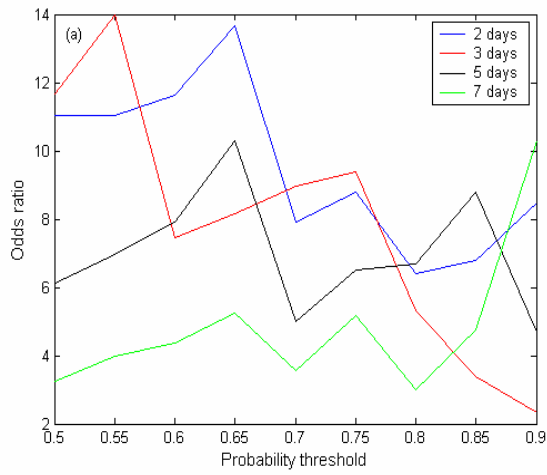


圖 7：規模大於或等於 5.0 餘震
 落於警示區與非警示區之勝算
 比。根據(a)貝氏估計，(b)最
 大概似估計及(c)共軛先驗貝
 氏估計鑑別警示區

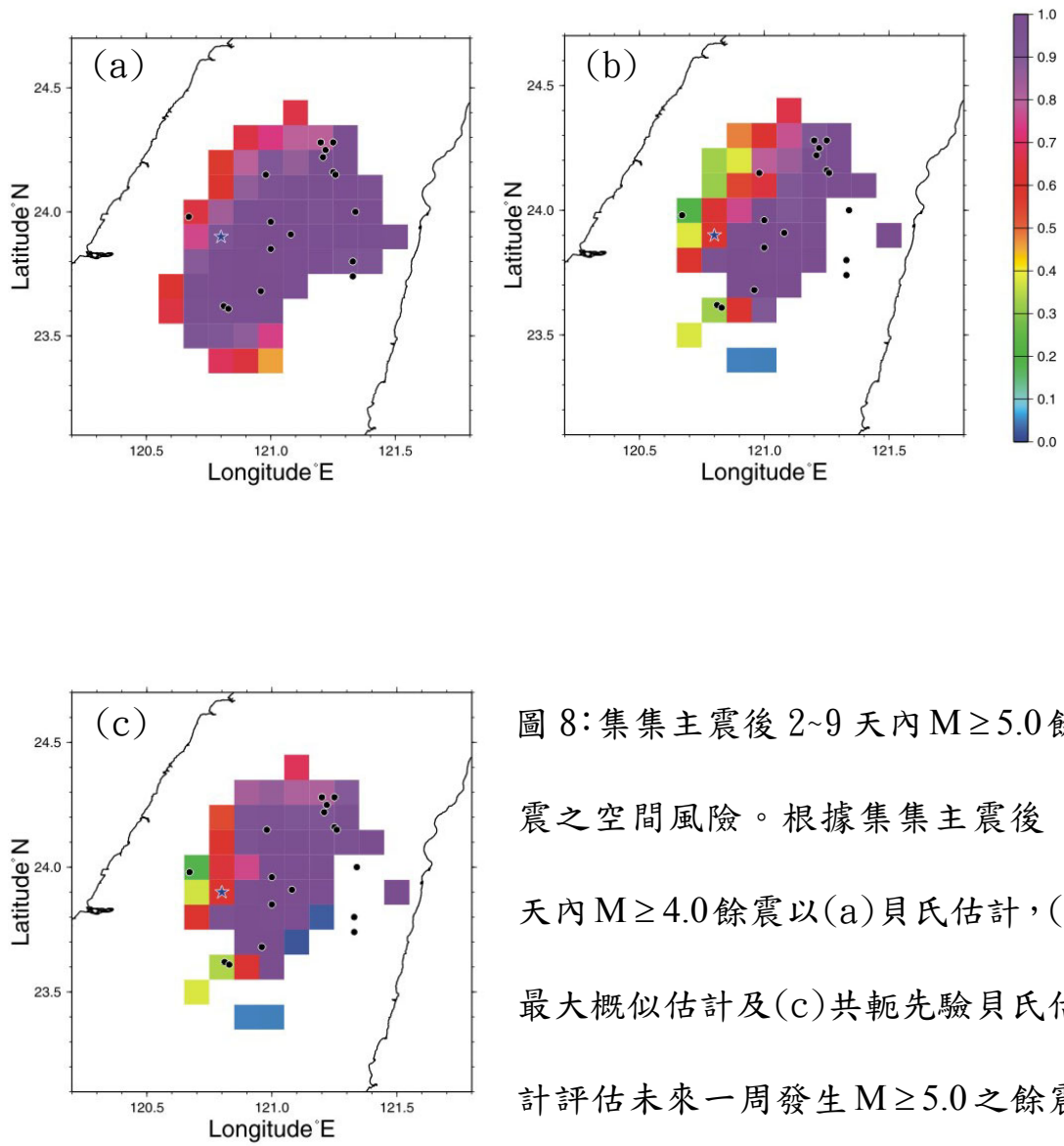


圖 8: 集集主震後 2~9 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震後 2 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以 (a) 貝氏估計, (b) 最大概似估計及 (c) 共軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風險。黑點代表未來待預測的 $M \geq 5.0$ 餘震

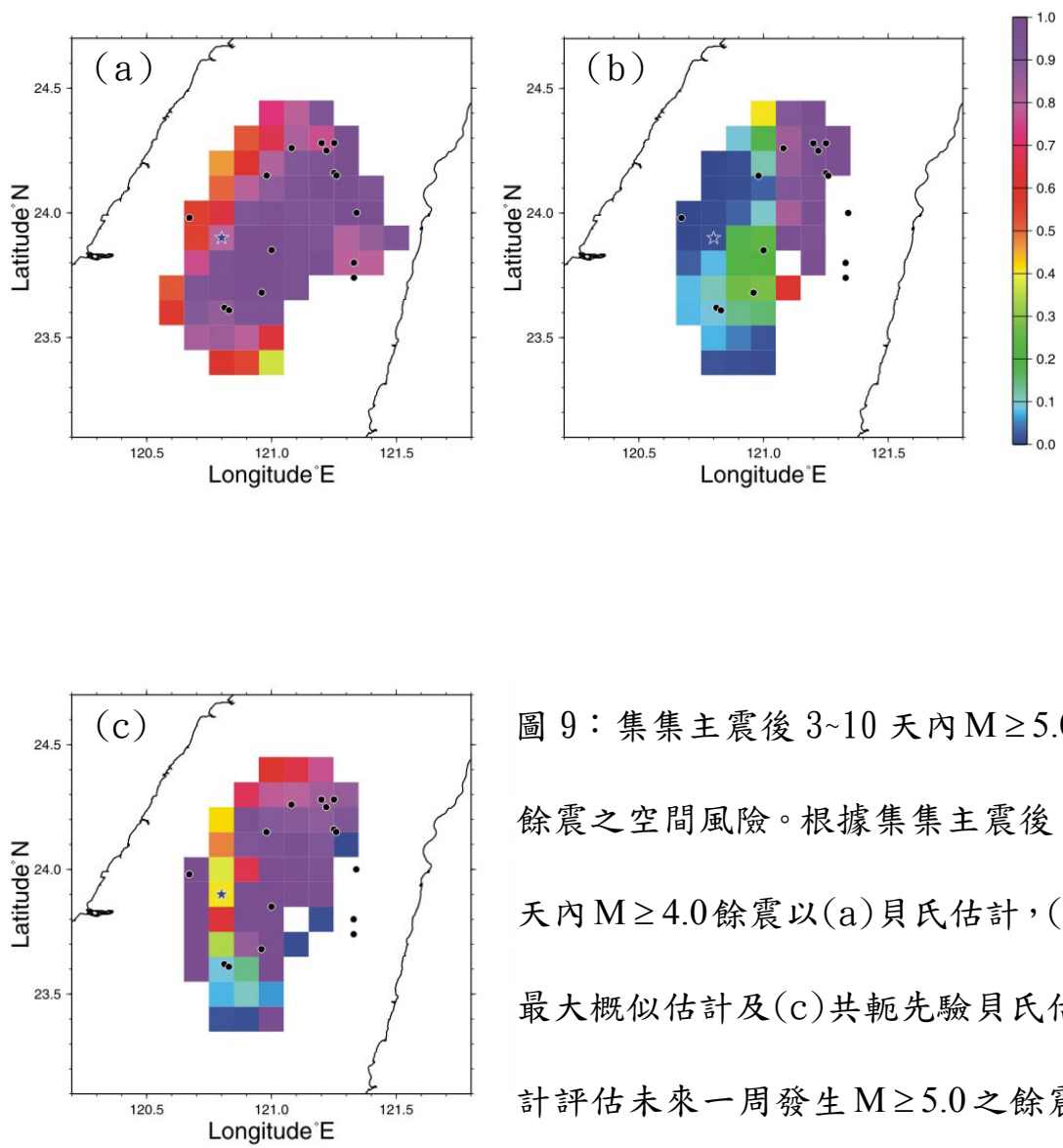


圖 9：集集主震後 3~10 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震後 3 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以 (a) 貝氏估計，(b) 最大概似估計及 (c) 共軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風險。黑點代表未來待預測的 $M \geq 5.0$ 餘震

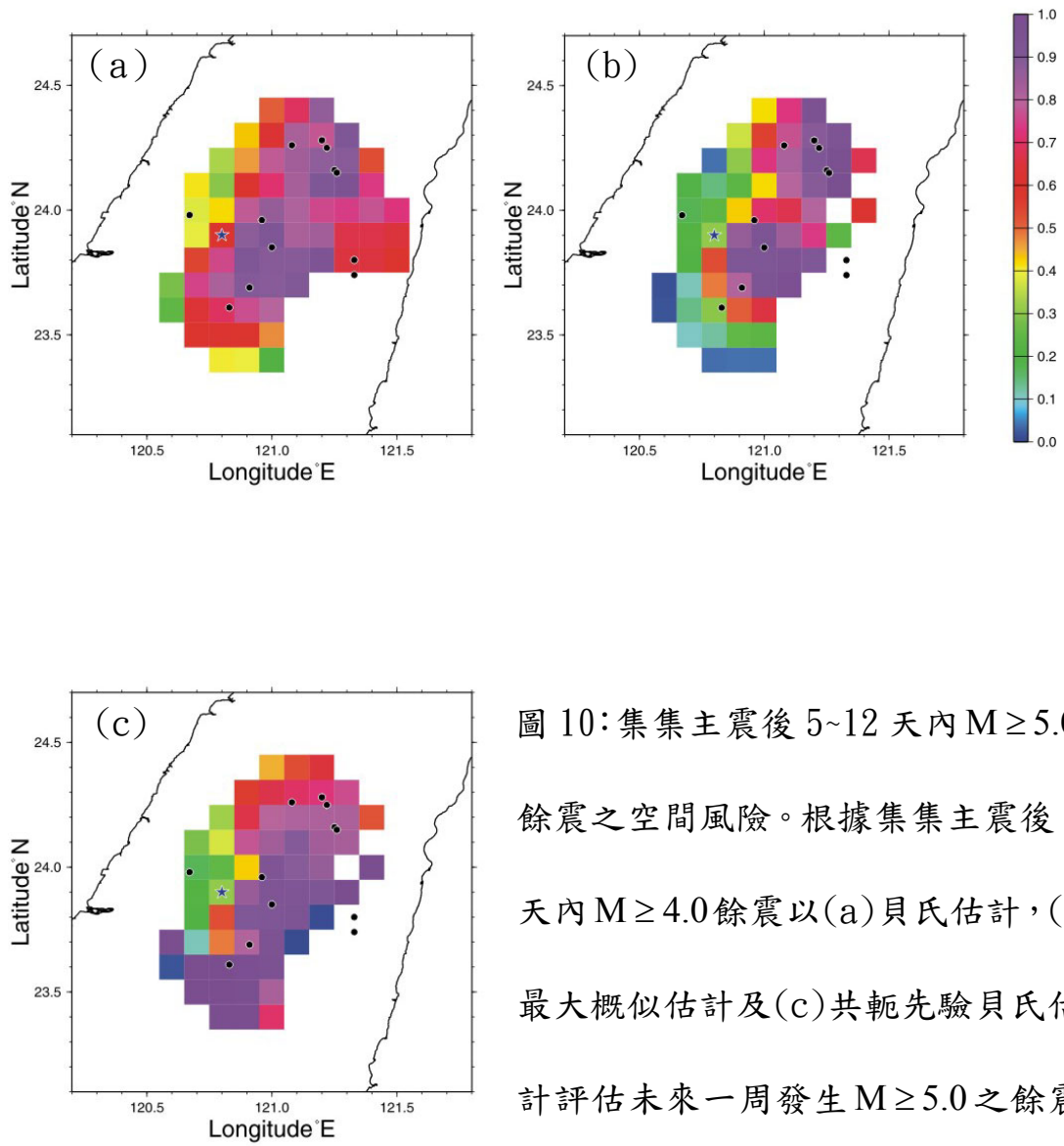


圖 10: 集集主震後 5~12 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震後 5 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以 (a) 貝氏估計, (b) 最大概似估計及 (c) 共軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風險。黑點代表未來待預測的 $M \geq 5.0$ 餘震

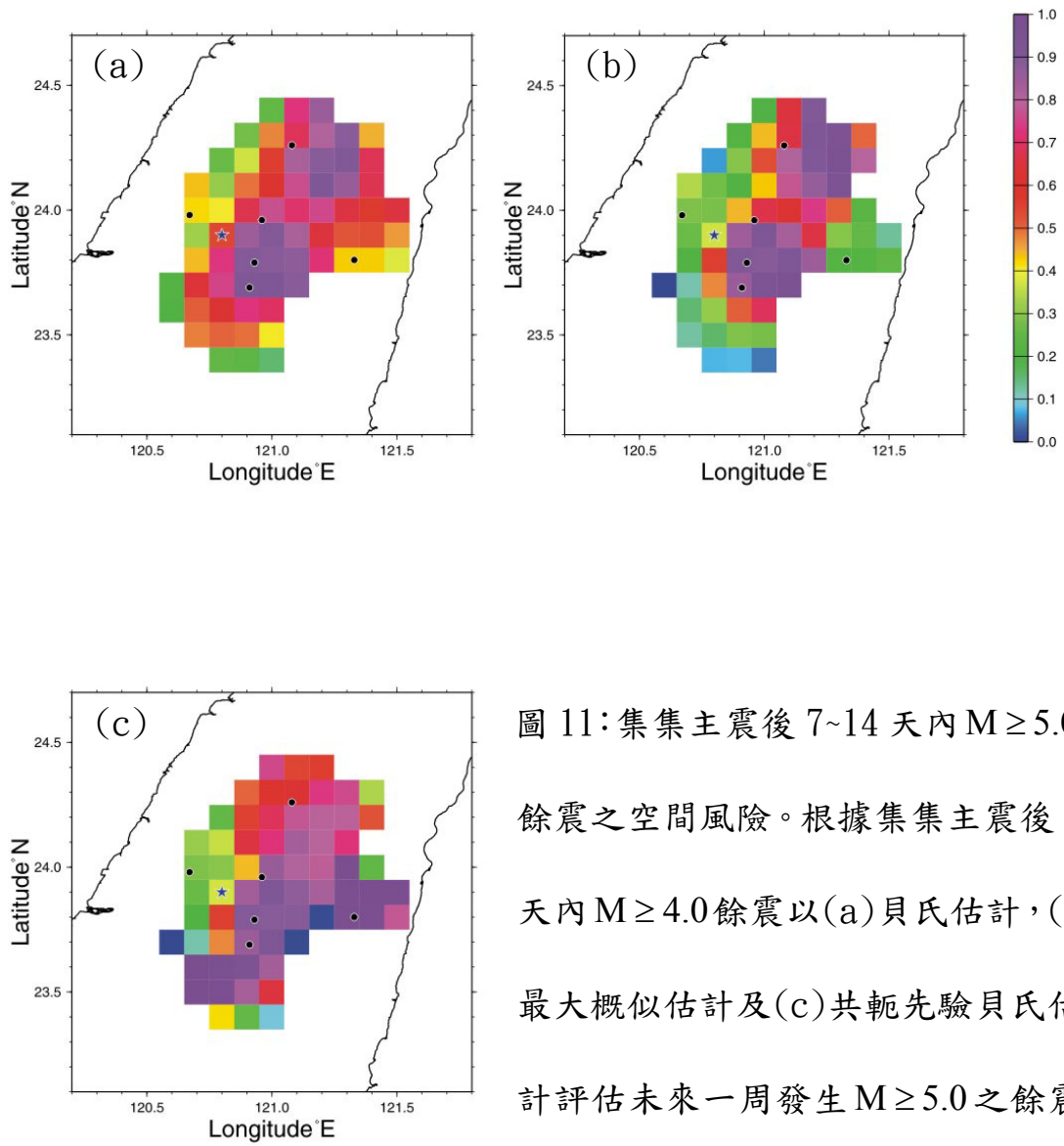


圖 11: 集集主震後 7~14 天內 $M \geq 5.0$ 餘震之空間風險。根據集集主震後 7 天內 $M \geq 4.0$ 餘震以 (a) 貝氏估計, (b) 最大概似估計及 (c) 共軛先驗貝氏估計評估未來一周發生 $M \geq 5.0$ 之餘震風險。黑點代表未來待預測的 $M \geq 5.0$ 餘震